

## 7. Übung zum Modul Kommunizierende und mobile Systeme

### Aufgabe 1 (Transitionssysteme):

6 Punkte

Ein Arbitr, der für zwei Benutzer den Zugriff auf eine kritische Ressource kontrolliert, sei definiert durch

$$\begin{aligned} Arb &\stackrel{\text{def}}{=} req_1.Arb_{\text{req}}^{(1)} + req_2.Arb_{\text{req}}^{(2)} \\ Arb_{\text{req}}^{(1)} &\stackrel{\text{def}}{=} \overline{grant_1}.Arb_{\text{grant}}^{(1)} & Arb_{\text{req}}^{(2)} &\stackrel{\text{def}}{=} \overline{grant_2}.Arb_{\text{grant}}^{(2)} \\ Arb_{\text{grant}}^{(1)} &\stackrel{\text{def}}{=} rel_1.Arb & Arb_{\text{grant}}^{(2)} &\stackrel{\text{def}}{=} rel_2.Arb \end{aligned}$$

a) Geben Sie Definitionen von zwei Benutzerprozessen  $User_1$  und  $User_2$  an, die die kritische Ressource anfordern ( $\overline{req_i}$ ), auf deren Zuteilung warten ( $grant_i$ ), sie benutzen ( $\overline{use_i}$ ) und freigeben ( $\overline{rel_i}$ ).

b) Sei  $\vec{a} \stackrel{\text{def}}{=} req_1, grant_1, rel_1, req_2, grant_2, rel_2$ .

Zeichnen Sie das Transitionssystem  $\llbracket \text{new } \vec{a} (User_1 | Arb | User_2) \rrbracket$ .

c) Ist der so definierte Arbitr *fair*?

### Aufgabe 2 (Starke Bisimulation Modulo $\equiv$ ):

4 Punkte

Gegeben seien die aus der Vorlesung bekannten Definitionen eines unären und eines binären Semaphor

$$\begin{aligned} S^{(1)} &\stackrel{\text{def}}{=} p.S_1^{(1)} & S_1^{(1)} &\stackrel{\text{def}}{=} u.S^{(1)} \\ S^{(2)} &\stackrel{\text{def}}{=} p.S_1^{(2)} & S_1^{(2)} &\stackrel{\text{def}}{=} p.S_2^{(2)} + u.S^{(2)} & S_2^{(2)} &\stackrel{\text{def}}{=} u.S_1^{(2)} \end{aligned}$$

und folgende Bisimulation modulo  $\equiv$ :

$$\mathcal{R} = \{(S^{(1)} | S^{(1)}, S^{(2)}), (S_1^{(1)} | S^{(1)}, S_1^{(2)}), (S_1^{(1)} | S_1^{(1)}, S_2^{(2)})\}.$$

a) Zeigen Sie, dass es sich bei  $\mathcal{R}$  nicht um eine starke Bisimulation handelt.

b) Definieren Sie analog zu dem binären Semaphor einen ternären Semaphor  $S^{(3)}$  und zeigen Sie, dass  $S^{(3)}$  stark biähnlich zu  $S^{(1)} | S^{(1)} | S^{(1)}$  ist. Geben Sie dazu eine starke Bisimulation modulo  $\equiv$  an.

### Aufgabe 3 (Bisimulation):

2 Punkte

Sei  $(Q, \mathcal{T})$  ein beschriftetes Transitionssystem. Zeigen Sie, dass  $\sim \subseteq Q \times Q$  die größte starke Bisimulation ist, d.h. dass für alle starken Bisimulationen  $\mathcal{S} \subseteq Q \times Q$  gilt:

$$\mathcal{S} \subseteq \sim$$